

## APPLICAZIONE DELLA TECNOLOGIA DEL VUOTO A PROCESSI DI DEUMIDIFICAZIONE E RAFFREDDAMENTO INDUSTRIALE

D. Venturi<sup>†</sup>, B. Pulvirenti<sup>†</sup>, A. Lazari<sup>\*</sup>, M. Zucchini<sup>\*</sup> & S. Salvigni<sup>†</sup>

<sup>†</sup>DIENCA, Dipartimento di Ingegneria Energetica, Nucleare e del Controllo Ambientale,  
Università degli Studi di Bologna

<sup>\*</sup>DVP Vacuum Technology s.r.l.

### ABSTRACT

La termodinamica del processo di svuotamento per evaporazione indotta da una pompa a vuoto in un serbatoio a volume costante è studiata teoricamente e sperimentalmente al fine di caratterizzare la dinamica del sistema e prevederne le condizioni critiche di funzionamento. Il modello termodinamico si basa sulla classica teoria monodimensionale per i sistemi aperti e fornisce previsioni che sono in ottimo accordo con i risultati sperimentali ottenuti da misurazioni su un impianto di prova.

### 1 Introduzione

La tecnica del vuoto [1; 4] abbraccia diversi settori della scienza, oltre che della tecnica, che comprendono la teoria cinetica dei gas, i fenomeni di ionizzazione, la chimica-fisica delle superfici, il trasporto di materia nei solidi ed il moto dei fluidi. Le applicazioni industriali [2; 3] di questa tecnologia sono molteplici ed in continua espansione: dai processi di essiccazione, alla deposizione di film sottili, alla deumidificazione/degasamento di materiali solidi. In questo articolo ci proponiamo di studiare la termodinamica di un processo di svuotamento di un serbatoio che contiene una certa quantità di acqua allo stato liquido utilizzando una pompa a vuoto. Il sistema è schematizzato in figura 1. La pompa a vuoto aspira la fase gassosa inizialmente composta da aria umida e riduce la pressione del serbatoio fino alla pressione di saturazione del liquido. A questo punto ha inizio un processo di evaporazione forzato con produzione di vapore saturo d'acqua nascente alla temperatura del liquido. L'evaporazione è accompagnata da una sottrazione di calore e, conseguentemente, la temperatura del liquido si riduce. In funzione delle prestazioni del gruppo di pompaggio e delle caratteristiche del serbatoio la dinamica della temperatura del liquido potrebbe raggiungere condizioni critiche. Se, ad esempio, il processo di evaporazione fosse troppo rapido il liquido potrebbe raggiungere il congelamento, compromettendo così una ulteriore sottrazione di vapore e conseguentemente i risultati dell'intero processo.

Ci proponiamo pertanto di determinare la struttura di un modello termodinamico che assegna le prestazioni della pompa e le condizioni iniziali del sistema permetta di calcolare la dinamica della pressione, della temperatura e delle masse della fase liquida e della fase gassosa presenti nel serbatoio istante per istante.

Studiamo nel dettaglio due soluzioni. In §2 trattiamo un modello termodinamico che contempla la presenza di aria umida nel serbatoio e permette di studiare il transitorio iniziale che porta il sistema in condizioni di evaporazione. In §4 trattiamo il sistema come un vapore saturo d'acqua. Questa trattazione semplificata ci permetterà in §6 di caratterizzare analiticamente

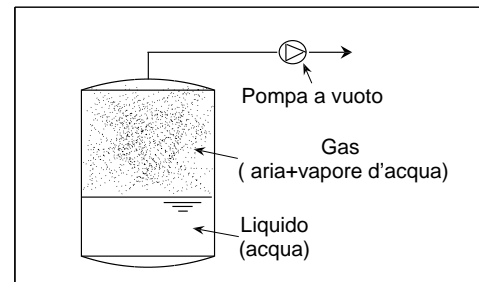


Figura 1. Schematizzazione del sistema e principali costituenti.

gli stati asintoticamente stazionari e di identificare un interessante relazione fra le prestazioni della pompa a vuoto e la temperatura di svuotamento del serbatoio in regime asintoticamente stazionario. Questo legame fornisce una risposta immediata al problema della transizione liquido-solido e permette di scegliere l'accoppiamento ottimale pompa-serbatoio in grado di evacuare in condizioni di sicurezza una certa massa di liquido nel più breve tempo possibile.

### 2 Modello termodinamico liquido-aria-vapore d'acqua

#### 2.1 Bilancio di energia

Consideriamo la fase liquida e la fase gassosa come due sistemi aperti interagenti. Assumiamo che la pressione sia istante per istante la stessa nel liquido e nel gas. Per la fase liquida abbiamo il bilancio di potenza

$$\frac{dU_l}{dt} = -\dot{m}_v h_{v1} + \dot{P}_l \quad (1)$$

in cui  $U_l = M_l u_l$  è l'energia interna del liquido,  $\dot{P}_l$  rappresenta la potenza termica scambiata dalla fase liquida attraverso il contorno del serbatoio (convezione + potenza introdotta nel sistema in qualche modo). In condizioni adiabatiche l'energia e la mas-

sa perdute dal liquido vengono trasformate in vapore nascente ad entalpia  $h_{v1}$ . Per la fase gassosa scriviamo

$$\frac{dU_g}{dt} = \dot{m}_{v1}h_{v1} - \dot{m}_{gu}h_{gu} + \dot{P}_g \quad (2)$$

in cui  $\dot{P}_g$  rappresenta la potenza termica scambiata dalla fase gassosa attraverso il contorno del serbatoio. In condizioni adiabatiche la variazione di energia interna della fase gassosa è dovuta in parte alla potenza ricevuta dal vapore nascente dal liquido ed in parte alla potenza in uscita dal serbatoio dovuta alla portata di gas  $\dot{m}_{gu}$  ad entalpia  $h_{gu}$ . L'energia interna della fase gassosa è pari alla somma dell'energia interna dell'aria e dell'energia interna del vapore

$$U_g = U_a + U_v = M_a u_a + M_v u_v. \quad (3)$$

Pertanto possiamo riscrivere (2) come segue

$$\frac{d(M_a u_a)}{dt} + \frac{d(M_v u_v)}{dt} = \dot{m}_{v1}h_{v1} - \dot{m}_{gu}h_{gu} + \dot{P}_g. \quad (4)$$

Inoltre, se sommiamo le espressioni (1) e (4) otteniamo

$$\frac{d(M_a u_a)}{dt} + \frac{d(M_v u_v)}{dt} + \frac{d(M_l u_l)}{dt} = -\dot{m}_{gu}h_{gu} + \dot{P}_l + \dot{P}_g, \quad (5)$$

cioè la variazione totale di energia interna del sistema è pari al flusso totale di potenza attraverso il contorno del serbatoio.

## 2.2 Pressione del sistema

Distinguiamo fra i due casi in cui la pressione del sistema  $p$  sia maggiore o uguale alla pressione di saturazione del liquido  $p_{l_s}$  (calcolata alla temperatura del liquido).

**Caso  $p > p_{l_s}$ .** La pressione del sistema è governata dalla pressione del gas. Nell'ipotesi  $V_g = \text{cost.}$ , dalla legge di Dalton otteniamo

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{dp_a}{dt} + \frac{dp_v}{dt} \\ &= \frac{R_a M_a}{V_g} \frac{dT_g}{dt} + \frac{R_a T_g}{V_g} \frac{dM_a}{dt} + \frac{R_v M_v}{V_g} \frac{dT_g}{dt} + \frac{R_v T_g}{V_g} \frac{dM_v}{dt} \\ &= \frac{p}{T_g} \frac{dT_g}{dt} + \frac{T_g}{V_g} \left( R_a \frac{dM_a}{dt} + R_v \frac{dM_v}{dt} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

**Caso  $p = p_{l_s}$ .** La pressione del sistema è legata alla temperatura di saturazione del liquido dalla regola delle fasi. In questo caso consideriamo il bilancio di energia del liquido (1) scritto in termini di pressione di saturazione

$$\frac{dp}{dt} = \left( \frac{du_l}{dp} M_l \right)^{-1} \left[ \frac{dM_l}{dt} (h_{v1} - u_l) + \dot{P}_l \right]. \quad (7)$$

Le due evoluzioni (6), (7) possono essere conglobate in un'unica espressione

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \Psi(p_{l_s} - p) \Psi(1 - \Phi) \left( M_l \frac{du_l}{dp} \right)^{-1} \left[ \frac{dM_l}{dt} (h_{v1} - u_l) + \dot{P}_l \right] \\ &\quad + (\Psi(p - p_{l_s}) + \Psi(p_{l_s} - p) \Psi(\Phi - 1)) \\ &\quad \left[ \frac{p}{T_g} \frac{dT_g}{dt} + \frac{T_g}{V_g} \left( R_a \frac{dM_a}{dt} + R_v \frac{dM_v}{dt} \right) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

in cui la funzione  $\Psi(x)$ , definita da

$$\Psi(x) := \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad (9)$$

discrimina fra i casi  $p > p_{l_s}$ ,  $p = p_{l_s}$ ,  $\Phi < 1$  e  $\Phi = 1$  ( $\Phi$  grado igrometrico della miscela aria-vapore).

## 2.3 Temperatura della fase gassosa

Consideriamo il bilancio di energia (4) per la miscela aria-vapore

$$M_a \frac{du_a}{dt} + M_v \frac{du_v}{dt} = -\frac{dM_l}{dt} h_{v1} - \dot{m}_{gu} h_{gu} - u_a \frac{dM_a}{dt} - u_v \frac{dM_v}{dt} + \dot{P}_g \quad (10)$$

Se trattiamo i suddetti gas come gas perfetti possiamo scrivere

$$\frac{du_a}{dt} = c_{va} \frac{dT_g}{dt}, \quad (11)$$

$$\frac{du_v}{dt} = \frac{du_{vs}}{dT_g} \frac{dT_g}{dt}. \quad (12)$$

Infatti nella zona dei vapori surriscaldati d'acqua per temperature minori di 50°C le isoentalpiche coincidono in pratica con le isoterme. Pertanto l'energia interna e l'entalpia del vapore saranno praticamente uguali a quelle che si hanno sulla curva limite superiore alla temperatura del gas. Da (10), tenendo conto di (11) e (12) otteniamo, dopo qualche passaggio

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{-\frac{dM_l}{dt} h_{v1} - \dot{m}_{gu} h_{gu} - u_a \frac{dM_a}{dt} - u_v \frac{dM_v}{dt} + \dot{P}_g}{M_a c_{va} + M_v \frac{du_{vs}}{dT_g}} \quad (13)$$

ove  $\dot{m}_{gu} = QM_g/V_g$  è la portata di gas attraverso la sezione di uscita del serbatoio (coincidente con la sezione di aspirazione della pompa).

## 2.4 Temperatura della fase liquida

In condizioni di saturazione ( $p = p_{l_s}$ ) la temperatura del liquido è univocamente legata alla pressione  $p$  del sistema. In tali condizioni possiamo scrivere

$$\frac{dT_l}{dt} = \frac{dT_l}{dp} \frac{dp}{dt}. \quad (14)$$

Se invece  $p > p_{l_s}$  abbiamo la semplice relazione

$$\frac{dT_l}{dt} = \frac{\dot{P}_l}{M_l c_l}, \quad (15)$$

in cui  $c_l$  è il calore specifico del liquido.

## 2.5 Bilancio delle masse

**Fase liquida.** Quando la pressione  $p$  del sistema raggiunge la pressione di saturazione del liquido  $p_{l_s}$  abbiamo la generazione di una portata di vapore  $\dot{m}_{v1}$  nascente alla temperatura di saturazione che corrisponde a  $p_{l_s}$

$$\frac{dM_l}{dt} = -\dot{m}_{v1}. \quad (16)$$

Notiamo che abbiamo produzione di vapore dal liquido solo se il gas si trova a pressione pari alla pressione di saturazione del liquido.

**Fase gassosa.** Le portate in massa di di aria e vapore che passano attraverso la sezione di uscita del serbatoio sono rispettivamente

$$\dot{m}_a = \frac{Q}{v_g} x_a, \quad \dot{m}_v = \frac{Q}{v_g} x_v \quad (17)$$

ove  $x_a = M_a/M_g$  e  $x_v = M_v/M_g$  sono le frazioni ponderali di aria e vapore nella miscela aria-vapore,  $Q$  è la portata volumetrica della pompa e  $v_g$  è il volume specifico della miscela. Il bilancio di massa della fase gassosa si ottiene bilanciando le portate in massa di aria e di vapore che transitano attraverso il volume  $V_g$ . Per il vapore e per l'aria abbiamo rispettivamente

$$\frac{dM_v}{dt} = -\frac{dM_l}{dt} - \frac{Q}{v_g} x_v, \quad (18)$$

$$\frac{dM_a}{dt} = -\frac{Q}{v_g} x_a. \quad (19)$$

## 2.6 Conservazione del volume totale del serbatoio

Il volume totale del serbatoio è costante. Questo vincola l'evoluzione nel tempo dei volumi occupati dal liquido  $V_l$  e dal gas  $V_g$ . Il vincolo si ottiene da

$$V = V_l + V_g = \text{cost.} \quad \Rightarrow \quad \frac{dV_l}{dt} + \frac{dV_g}{dt} = 0. \quad (20)$$

Utilizzando l'equazione di stato della miscela aria-vapore possiamo riscrivere questo vincolo come segue

$$\frac{dV_g}{dt} = \frac{V_g}{T_g} \frac{dT_g}{dt} + \frac{V_g}{M_g R_g} \left( R_a \frac{dM_a}{dt} + R_v \frac{dM_v}{dt} \right) - \frac{V_g}{p} \frac{dp}{dt}. \quad (21)$$

Utilizzando le espressioni (21), (18), (7) e (13) è possibile ricavare dopo alcuni passaggi l'espressione

$$\frac{dM_l}{dt} = -\frac{Q(M_g(h_g - u_g) + BT_g) + A_1 BCT_g - V_g \dot{P}_g}{(v_g R_v / R_g - v_{l_s}) BT_g + V_g(h_{v1} - u_v) + ABCT_g} \quad (22)$$

che definisce esplicitamente come evolve la massa della fase liquida in condizioni di evaporazione ossia quando  $p = p_{l_s}$ . I coefficienti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$  sono riassunti in tabella 1 assieme alle altre equazioni fondamentali del modello illustrato in questa sezione.

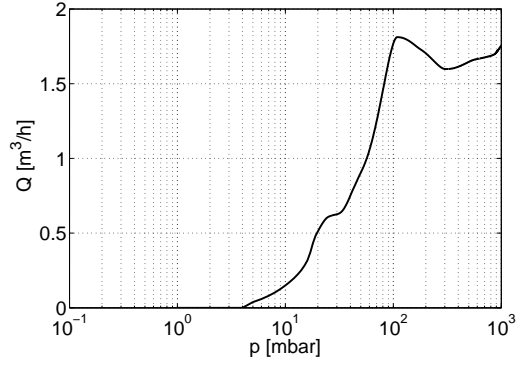


Figura 2. Rilevamento sperimentale della curva caratteristica (pressione-portata volumetrica) della pompa a vuoto (a membrana) utilizzata per l'impianto di prova.

## 3 Misure sperimentali su un impianto di prova e confronto con le previsioni del modello termodinamico

Impiegando un impianto di prova che riproduce lo schema di figura 1 abbiamo eseguito diversi esperimenti in cui abbiamo rilevato pressione e temperatura nella fase liquida e nella fase gassosa in funzione del tempo. Il serbatoio utilizzato è cilindrico verticale di volume  $V = 1.5$  l. Abbiamo considerato diversi gradi di riempimento ed utilizzato diverse tipologie di pompe volumetriche. In figura 2 riportiamo la curva caratteristica rilevata sperimentalmente per una pompa a membrana da noi utilizzata. In tabella 2 riportiamo in funzione del volu-

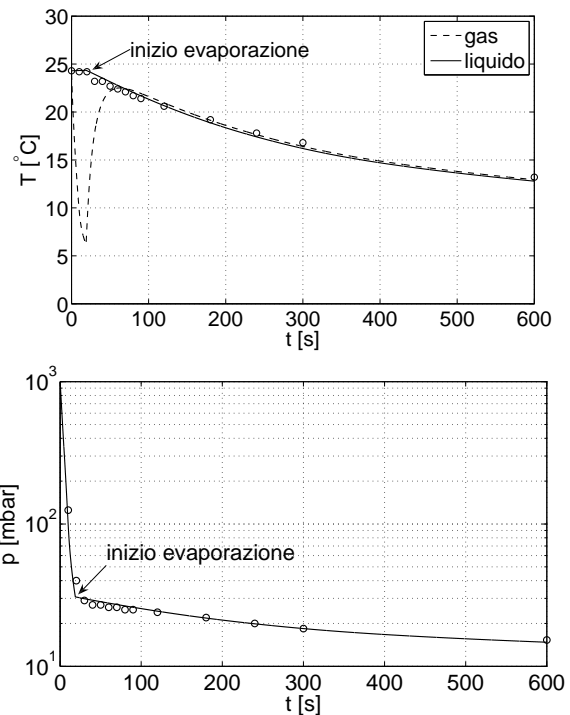


Figura 3. Previsioni di temperatura e pressione del modello aria-vapore-liquido per il caso  $V_{l_i} = 50$  ml. I cerchietti rappresentano i risultati delle misure sperimentali (pressione del sistema e temperatura del liquido) condotte su un impianto di prova.

me di liquido  $V_{l_i}$  presente inizialmente nel serbatoio il difetto di massa rilevato dopo 10 minuti di pompaggio con la pompa a membrana la cui curva caratteristica è mostrata in figura 2. In

### Equazioni per l'evoluzione delle masse

$$\frac{dM_a}{dt} = -\frac{Q}{v_g} x_a \quad (23)$$

$$\frac{dM_v}{dt} = \Psi(p_{l_s} - p) \Psi(1 - \Phi) \frac{Q(M_g(h_g - u_g) + BT_g) + DBCT_g - V_g \dot{P}_g}{(v_g R_v / R_g - v_{l_s}) BT_g + V_g(h_{v_1} - u_v) + ABCT_g} - \frac{Q}{v_g} x_v \quad (24)$$

$$\frac{dM_l}{dt} = -\Psi(p_{l_s} - p) \Psi(1 - \Phi) \frac{Q(M_g(h_g - u_g) + BT_g) + DBCT_g - V_g \dot{P}_g}{(v_g R_v / R_g - v_{l_s}) BT_g + V_g(h_{v_1} - u_v) + ABCT_g} \quad (25)$$

### Equazioni per l'evoluzione della pressione e delle temperature di gas e liquido

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} = & (\Psi(p - p_{l_s}) + \Psi(p_{l_s} - p) \Psi(\Phi - 1)) \left[ \frac{p}{T_g} \frac{dT_g}{dt} + \frac{T_g}{V_g} \left( R_a \frac{dM_a}{dt} + R_v \frac{dM_v}{dt} \right) \right] \\ & + \Psi(p_{l_s} - p) \Psi(1 - \Phi) \left[ A \frac{dM_l}{dt} + D \right] \end{aligned} \quad (26)$$

$$\frac{dT_g}{dt} = \frac{1}{B} \left( -h_{v_1} \frac{dM_l}{dt} - \frac{QM_g}{V_g} h_{g_u} - u_a \frac{dM_a}{dt} - u_v \frac{dM_v}{dt} + \dot{P}_g \right) \quad (27)$$

$$\frac{dT_l}{dt} = \Psi(p_{l_s} - p) \Psi(1 - \Phi) \frac{dT_l}{dp} \left[ A \frac{dM_l}{dt} + D \right] + \Psi(p - p_{l_s}) \frac{\dot{P}_l}{M_l c_l} \quad (28)$$

### Coefficienti del sistema

$$A := \left( M_l \frac{du_l}{dp} \right)^{-1} (h_{v_1} - u_l) \quad B := M_a c_{v_a} + M_v \frac{du_{v_s}}{dT_g} \quad C := \left( -M_l \frac{dv_{l_s}}{dp} + \frac{V_g}{p} \right) \quad D := \left( M_l \frac{du_l}{dp} \right)^{-1} \dot{P}_l \quad (29)$$

Tabella 1. Riassunto delle equazioni per il modello termodinamico liquido-aria-vapore.

$V_{l_i}$ [ml]	50	150	250
$\Delta M$ [g]	1.18	2.16	2.29

Tabella 2. Difetto di massa rilevato dopo 10 minuti di pompaggio con la pompa illustrata in figura 2 accoppiata ad un serbatoio di 1.5 litri contenente differenti volumi iniziali  $V_{l_i}$  di liquido.

figura 3 riportiamo il confronto fra le previsioni degli andamenti di temperatura e pressione fornite dal modello termodinamico di tabella 1 e le misure sperimentali sull'impianto di prova. I dati riportati si riferiscono al caso in cui il serbatoio contenga inizialmente 50 ml di acqua. Notiamo che il processo di svuotamento per evaporazione "forzata" non avviene a pressione e temperatura costanti poiché lo stesso processo di evaporazione sottrae calore all'acqua, riducendone la temperatura in condizioni di saturazione. Corrispondentemente anche la pressione di saturazione si riduce secondo la dinamica illustrata in figura 3. In figura 4 riportiamo gli andamenti delle masse di liquido, di aria e vapore presenti istante per istante nel serbatoio. Notiamo come il difetto di massa di liquido previsto dal modello dopo 10 minuti di pompaggio sia pari a  $\Delta M = 1.12$  g, valore in pratica coincidente con quello rilevato sperimentalmente per il caso  $V_{l_i} = 50$  ml.

## 4 Modello termodinamico semplificato liquido-vapore

Se trascuriamo la presenza dell'aria nel serbatoio abbiamo un sistema termodinamico aperto con un solo costituente (acqua) presente in due fasi distinte (vapore e liquido). Le equazioni che descrivono la dinamica del sistema si semplificano considerevolmente e possono in pratica essere ridotte a due.

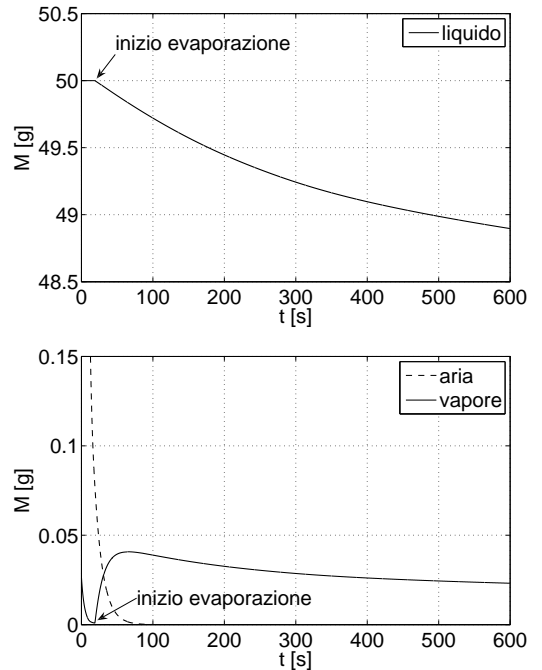


Figura 4. Previsioni del modello aria-vapore-liquido per il caso  $V_{l_i} = 50$  ml. Massa di liquido, di aria e di vapore presenti nel serbatoio istante per istante.

### 4.1 Conservazione dell'energia

Scriviamo il primo principio della termodinamica per il sistema liquido-vapore nella forma in cui  $\dot{m}$  è la portata in massa di vapore saturo che viene aspirata dalla pompa,  $\dot{P}$  la potenza

termica scambiata per convezione naturale attraverso le pareti solide del contenitore più un eventuale contributo introdotto nel sistema ad esempio a mezzo di dissipatori elettrici,  $h_v$  l'entalpia del vapore saturo nella sezione di uscita (sezione di aspirazione della pompa). Supponendo che il campo di densità e il campo di energia interna specifica siano uniformi nella fase liquida e nella fase vapore, abbiamo

$$M \frac{du}{dt} = -\dot{m}(h_v - u) + \dot{P} \quad \text{ove} \quad u = u_l + x\Delta u_{lv}. \quad (30)$$

Inoltre, nell'ipotesi in cui la fase liquida e la fase vapore si trovino sempre alla medesima pressione abbiamo che l'energia interna specifica differenziale  $\Delta u_{lv}$ , è in corrispondenza biunivoca con, ad esempio, l'energia interna specifica del liquido  $u_l$ . Dalla (30) si ottiene subito

$$M \left( \frac{du_l}{dt} + \frac{dx}{dt} \Delta u_{lv} + x \frac{d(\Delta u_{lv})}{dt} \right) = -\dot{m}(h_v - u_l - x\Delta u_{lv}) + \dot{P} \quad (31)$$

## 4.2 Conservazione della massa

Nel modello semplificato la pompa aspira vapore d'acqua saturo. Pertanto, nota la curva caratteristica della pompa  $Q(p)$  (vd. figura 2), abbiamo che la riduzione di massa totale del sistema (liquido+vapore) è data da

$$-\frac{dM}{dt} = \dot{m} = \frac{Q}{v_v} \quad (32)$$

in cui  $v_v$  è il volume specifico della fase vapore alla pressione di aspirazione  $p$ .

## 4.3 Trasferimento di massa dalla fase liquida alla fase vapore

Utilizziamo il titolo della miscela per caratterizzare il trasferimento di massa dalla fase liquida alla fase vapore. Derivando rispetto al tempo la definizione di volume specifico di miscela otteniamo

$$\frac{dv}{dt} = \frac{dv_l}{dt} + \frac{dx}{dt} \Delta v_{lv} + x \frac{d(\Delta v_{lv})}{dt}, \quad (33)$$

dalla quale

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\Delta v_{lv}} \left( \frac{V}{M^2} \dot{m} - \frac{du_l}{dt} \left( \frac{dv_l}{du_l} + x \frac{d(\Delta v_{lv})}{du_l} \right) \right). \quad (34)$$

## 4.4 Forma esplicita del modello

Da (34), (31) e (32) otteniamo il sistema

$$\frac{du_l}{dt} = \frac{-\frac{Q}{v_v} (h_v - u_l - x\Delta u_{lv}) - \frac{QV}{Mv_v} \frac{\Delta u_{lv}}{\Delta v_{lv}} + \dot{P}}{M \left[ 1 - \frac{\Delta u_{lv}}{\Delta v_{lv}} \left[ \frac{dv_l}{du_l} + x \frac{d(\Delta v_{lv})}{du_l} \right] + x \frac{d(\Delta u_{lv})}{du_l} \right]} \quad (35)$$

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{Q}{v_v} \quad (36)$$

di due equazioni in 2 incognite che descrive completamente la dinamica del processo di svuotamento del serbatoio.

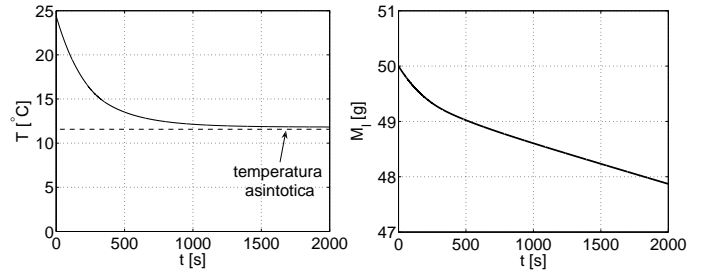


Figura 5. Raggiungimento di uno stato asintoticamente stazionario. Andamenti di temperatura e massa di liquido in funzione del tempo.

## 5 Convezione naturale esterna

Supponiamo che il serbatoio abbia forma cilindrica verticale e che il materiale di cui è costruito abbia elevata conduttività termica e piccolo spessore. In tali ipotesi possiamo ritenere che la temperatura sulla superficie esterna del serbatoio coincida con la temperatura interna del vapore saturo. Stimiamo la potenza scambiata per convezione naturale attraverso la superficie esterna utilizzando

$$\dot{P}_c = Ah |t_a - t_p| \quad (37)$$

in cui  $t_a$  è la temperatura di riferimento dell'aria ambiente esterna mentre  $t_p$  è la temperatura di parete del serbatoio. Valutiamo il coefficiente di convezione  $h$  utilizzando opportune formule di correlazione [5].

## 6 Soluzioni asintotiche

Nel caso in cui vi sia potenza termica entrante nel sistema (per generazione interna o per convezione naturale) oppure vi sia un limite inferiore alla pressione raggiungibile dalla pompa (con conseguente annullamento della portata) abbiamo la possibilità di *stati asintoticamente stazionari*. Questi stati stazionari possono essere di due tipi:

1. pressione e temperatura stazionarie nel caso in cui vi sia potenza entrante ( $\dot{P} \neq 0$ ). La massa del sistema in questo caso continua a ridursi a pressione e temperatura costanti, secondo un andamento lineare con il tempo;
2. pressione, temperatura e massa stazionarie nel caso in cui si raggiunga il limite di aspirazione della pompa ( $Q(p^*) = 0$ ).

In figura 5 mostriamo uno stato asintoticamente stazionario del primo tipo. Esso si realizza nella pratica quando la sottrazione di potenza dal sistema dovuta all'evaporazione forzata è pari alla potenza in ingresso dovuta alla convezione naturale esterna o ad una generazione interna. Imponendo l'annullamento del numeratore di (35) possiamo identificare analiticamente questi stati asintoticamente stazionari attraverso la soluzione di

$$-\frac{Q}{v_v} \left( h_v - u_l + v_l \frac{\Delta u_{lv}}{\Delta v_{lv}} \right) + \dot{P} = 0 \quad (38)$$

Quando al secondo caso ( $Q = 0$ ) notiamo (sempre dalla (38)) che esso si può realizzare solo in condizioni adiabatiche, ossia quando  $\dot{P} = 0$ . L'espressione (38) è una equazione *algebraica* non lineare. Se rappresentiamo  $h_v$ ,  $\Delta v_{lv}$  ecc.. con polinomi di  $T$  allora la temperatura asintotica  $T_\infty$  è una radice del polinomio.

Queste radici possono essere studiate in funzione di  $\dot{P}$ . Da notare che questo “luogo delle radici” dipende solo dalla curva caratteristica della pompa  $Q(p)$  e dalla potenza entrante nel serbatoio  $\dot{P}$ . Non compaiono altri parametri quali, massa iniziale, volume di serbatoio ecc... Questo ci dice che attraverso la soluzione di (38) possiamo ottenere una mappa del sistema termodinamico nella forma  $T_\infty \leftrightarrow \dot{P}$ . Questa mappa è indipendente dalla natura del serbatoio e dalla quantità di liquido presente e lega in pratica la temperatura di regime asintotico alla potenza termica entrante nel sistema per una certa curva caratteristica della pompa. La suddetta mappa può essere poi epurata del contributo dovuto alla convezione naturale come indicato in §6.1. In particolare dall'intersezione fra la funzione  $\dot{P}_c(T)$  e la mappa caratteristica otteniamo la temperatura di funzionamento in regime asintoticamente stazionario.

### 6.1 Individuazione degli stati di regime asintoticamente stazionario e condizioni di sicurezza

La scelta di una certa pompa al fine di deumidificare un certo ambiente deve rispondere a due requisiti fondamentali:

1. evacuare l'acqua nel più breve tempo possibile;
2. evitare che la fase liquida raggiunga la temperatura di transizione liquido-solido.

Per ogni tipologia di pompa avente curva caratteristica  $Q(p)$ , e per ogni liquido da evacuare dal serbatoio possiamo definire una mappa caratteristica (38) che individua gli stati asintoticamente stazionari. Per ogni tipo e geometria di serbatoio e per ogni valore di temperatura ambiente si ha una potenza termica entrante esprimibile in funzione della sola temperatura del serbatoio attraverso la (37). L'intersezione delle due curve definisce la

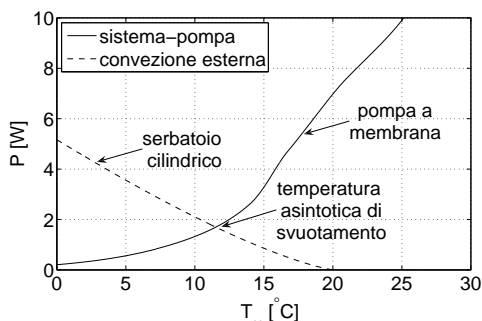


Figura 6. Individuazione degli stati asintotici di sicurezza. Il grafico riporta in funzione della temperatura asintotica di funzionamento la potenza scambiata per convezione naturale esterna e la mappa sistema-pompa (38). L'aria esterna con cui scambia il serbatoio si trova a temperatura  $t_a = 20^\circ\text{C}$ .

temperatura di svuotamento in regime asintoticamente stazionario. In figura 6 mostriamo graficamente questo processo di individuazione degli stati asintotici. La curva a tratto continuo è la soluzione di (38) per una certa pompa di cui è assegnata la curva caratteristica  $Q(p)$ . Sullo stesso diagramma possono essere tracciate più curve sistema-pompa corrispondenti a pompe diverse. La curva tratteggiata è la potenza scambiata per convezione naturale data una certa geometria di serbatoio e data una certa temperatura d'aria ambiente. L'intersezione fra le due curve rappresenta la temperatura asintotica di funzionamento per quell'accoppiamento serbatoio-pompa. Nel caso di svuotamento di acqua, se  $T_\infty > 0^\circ\text{C}$  significa che possiamo svuotare in

sicurezza il serbatoio (la temperatura asintotica viene raggiunta sempre “da sopra” come mostrato in figura 5). In caso contrario dal grafico in figura 6 possiamo individuare quale potenza manca per ottenere almeno un regime  $T = 0^\circ\text{C}$ . Questa potenza è quella che deve essere fornita al serbatoio ad esempio mediante dissipatori elettrici posti internamente.

## 7 Conclusioni

Abbiamo studiato la termodinamica del processo di svuotamento per evaporazione indotta da una pompa a vuoto in un serbatoio a volume costante. I modelli che abbiamo sviluppato sono stati validati sperimentalmente attraverso un confronto diretto con delle misure eseguite su un impianto di prova. Attraverso la determinazione teorica degli stati di regime asintotico è possibile scegliere semplicemente in funzione del tipo di serbatoio il gruppo di pompaggio in grado di evacuare l'umidità nel più breve tempo possibile, evitando la transizione liquido-solido.

## NOMENCLATURA

- $A$  superficie esterna del serbatoio
- $h$  coefficiente di convezione esterna
- $h_{gu}$  entalpia specifica fase gassosa nella sezione di uscita
- $h_l, h_g$  entalpia specifica della fase liquida e della fase gassosa
- $h_{v1}$  entalpia del vapore nascente dal liquido
- $\dot{m}_{gu}$  portata in massa di gas nella sezione di uscita
- $M$  massa totale presente nel serbatoio
- $M_a, M_g$  massa di aria e di gas presente nel serbatoio
- $M_l, M_v$  massa di liquido e di vapore presente nel serbatoio
- $p$  pressione totale del sistema
- $p_a, p_v$  pressioni parziali di aria e vapore nella miscela
- $p_{ls}$  pressione di saturazione del liquido
- $\dot{P}_g, \dot{P}_l$  potenze fornite al gas ed liquido per convezione esterna
- $Q$  portata volumetrica della pompa a vuoto
- $R_a, R_v$  costanti di Boltzmann per aria e vapor d'acqua
- $t_a$  temperatura di riferimento dell'aria ambiente esterna
- $T_g, T_l$  temperatura del gas e del liquido nel serbatoio
- $U_a, U_g, U_l$  energia interna di aria, gas e liquido
- $u_a, u_g, u_l$  energia interna specifica di aria, gas e liquido
- $\Delta u_{lv}$  energia interna specifica differenziale
- $u_{vs}$  energia interna specifica del vapore saturo
- $v_a, v_v, v_l, v_g$  volume specifico aria, vapore, liquido e gas
- $\Delta v_{lv}$  volume specifico differenziale
- $V$  volume totale del serbatoio
- $V_l, V_g$  volumi occupati dal liquido e dal gas nel serbatoio
- $x_a, x_v$  frazioni ponderali di aria e vapore nella miscela
- $\phi$  grado igrometrico miscela aria-vapore

## Riferimenti bibliografici

- [1] Bruno Ferrario *Introduzione alla Tecnologia del Vuoto*. Ptron, 1999.
- [2] John F. O'Hanlon *A User's Guide to Vacuum Technology*. John Wiley & Sons, 2003.
- [3] Dorothy Hoffman, Bawa Singh, John H. Thomas III *Handbook of Vacuum Science and Technology*. Academic Press, 1998.
- [4] David M. Hata *Introduction To Vacuum Technology*. Prentice Hall, 2007.
- [5] Yunus H. Çengel *Termodinamica e Trasmissione del Calore*. McGraw-Hill, 1998.